

Διαγώνισμα στα Μαθηματικά Β' Λυκείου

Κατεύθυνσης

Επώνυμο:

Όνομα:

Τμήμα:

Ημερομηνία: 13.01.2024



Θέμα Α

A1. Να αποδείξετε ότι η ευθεία που διέρχεται από το σημείο $A(x_0, y_0)$ και έχει συντελεστή διεύθυνσης λ έχει εξίσωση:

$$y - y_0 = \lambda(x - x_0)$$

7 μονάδες

A2. α) Τι λέμε γωνία ευθείας ϵ με τον $x'x$ και τι τιμές παίρνει αυτή;

β) Πως ορίζεται ο συντελεστής διεύθυνσης μιας ευθείας ϵ ;

8 μονάδες

A3. Να χαρακτηρίσετε τις προτάσεις που ακολουθούν, με τη λέξη **Σωστό**, αν η πρόταση είναι σωστή ή **Λάθος**, αν η πρόταση είναι λανθασμένη.

i) Αν λ_1, λ_2 οι συντελεστές διεύθυνσης των ευθειών ϵ_1, ϵ_2 αντίστοιχα τότε:

$$\epsilon_1 \parallel \epsilon_2 \Leftrightarrow \lambda_1 = \lambda_2$$

Σ Λ

$$\epsilon_1 \perp \epsilon_2 \Leftrightarrow \lambda_1 \cdot \lambda_2 = -1$$

ii) Δίνεται η ευθεία $\epsilon: Ax + By + \Gamma = 0$. Το διάνυσμα $\vec{\delta} = (A, B)$ είναι παράλληλο στην ϵ .

Σ Λ

iii) Η ευθεία $y = -3x + 5$ σχηματίζει οξεία γωνία με τον $x'x$.

Σ Λ

iv) Η ευθεία $2x + 3y - 1 = 0$ δεν διέρχεται από την αρχή των αξόνων.

Σ Λ

v) Οι ευθείες $\epsilon_1: x = 2$ και $\epsilon_2: y = 3$ είναι κάθετες μεταξύ τους.

Σ Λ

10 μονάδες

Θέμα Β

Δίνονται τα σημεία $A(-1, 2)$, $B(1, 5)$ και $\Gamma(1, 1)$.

B1. Δείξτε ότι τα σημεία A, B, Γ είναι κορυφές τριγώνου $AB\Gamma$.

4 μονάδες

B2. Να βρεθούν οι εξισώσεις:

του ύψους που άγεται από την κορυφή A και το συμμετρικό του A ως προς

i) τη $B\Gamma$,

7 μονάδες

ii) της διαμέσου που άγεται από την κορυφή B ,

7 μονάδες

iii) της μεσοκαθέτου της πλευράς $A\Gamma$.

7 μονάδες

Θέμα Γ

Δίνεται η εξίσωση: $(x - 2y + 1) + \mu(3x + 2y + 3) = 0$ ①, $\lambda \in \mathbb{R}$.

Γ1. Να δείξετε ότι η εξίσωση παριστάνει ευθεία για κάθε $\mu \in \mathbb{R}$.

5 μονάδες

Γ2. Να δείξετε ότι οι ευθείες που ορίζονται από την παραπάνω εξίσωση διέρχονται από σταθερό σημείο M .

5 μονάδες

- Γ3. Να βρεθεί η ευθεία που ορίζεται από την ① και σχηματίζει με τον $x'x$ γωνία 135° . 7 μονάδες
- Γ4. Να βρεθούν οι ευθείες που διέρχονται από το $M(-1,0)$ και απέχουν από την αρχή των αξόνων απόσταση ίση με 1μ . 8 μονάδες

Θέμα Δ

Δίνεται η εξίσωση: $4x^2 + y^2 - 4xy - 10\mu x + 5\lambda\mu + 4\mu^2 = 0$ ① με $\lambda \in \mathbb{R}$.

- Δ1. Να αποδείξετε ότι η παραπάνω εξίσωση παριστάνει δύο ευθείες ε_1 και ε_2 παράλληλες μεταξύ τους με εξισώσεις $\varepsilon_1 : 2x - y - 4\mu = 0$, $\varepsilon_2 : 2x - y - \mu = 0$. 6 μονάδες
- Δ2. Να αποδείξετε ότι η απόσταση των παραπάνω ευθειών (ε_1) και (ε_2) είναι $\frac{3|\mu|}{\sqrt{5}}$. 4 μονάδες
- Δ3. Αν θεωρήσουμε ένα τετράγωνο με πλευρά $6\sqrt{5}$, το οποίο έχει δυο πλευρές του πάνω στις προηγούμενες ευθείες (ε_1) και (ε_2) , να βρείτε το λ . 4 μονάδες
- Δ4. Για την μικρότερη τιμή του λ που βρήκατε στο Δ3 ερώτημα:
- α) Να βρείτε την εξίσωση της μεσοπαράλληλης (η) των ευθειών ε_1 και ε_2 . 6 μονάδες
- β) Να βρείτε την οξεία γωνία που σχηματίζει η (η) με την ευθεία $\varepsilon : 3x + y + 5 = 0$. 5 μονάδες