

Διαγώνισμα στα Μαθηματικά Β' Λυκείου

Άλγεβρα



Επώνυμο:

Όνομα:

Τμήμα:

Ημερομηνία: 14.10.2023

A1. Πότε μια συνάρτηση f λέγεται γνησίως φθίνουσα σε ένα διάστημα Δ του πεδίου ορισμού της; 6 μονάδες

A2. Έστω ότι οι εξισώσεις του συστήματος $(\Sigma): \begin{cases} \alpha x + \beta y = \gamma \\ \alpha' x + \beta' y = \gamma' \end{cases}$ παριστάνουν τις ευθείες ε και ε' .

Να αντιστοιχίσετε τις προτάσεις της στήλης Α με τις ισοδύναμες τους στη στήλη Β.

Στήλη Α	Στήλη Β
A. Οι $\varepsilon, \varepsilon'$ είναι παράλληλες.	α. το (Σ) έχει μοναδική λύση
B. Οι $\varepsilon, \varepsilon'$ τέμνονται.	β. το (Σ) είναι αδύνατο.
Γ. Οι $\varepsilon, \varepsilon'$ συμπίπτουν.	γ. το (Σ) έχει άπειρο πλήθος λύσεων.

A3. Να χαρακτηρίσετε τις προτάσεις που ακολουθούν, με τη λέξη **Σωστό**, αν η πρόταση είναι σωστή ή **Λάθος**, αν η πρόταση είναι λανθασμένη. 9 μονάδες

- i) Η συνάρτηση $f(x) = 5x + 3$ είναι γνησίως φθίνουσα στο \mathbb{R} . Σ Λ
- ii) Αν ένα γραμμικό σύστημα 2×2 έχει δύο λύσεις, τότε έχει άπειρο πλήθος λύσεων. Σ Λ
- iii) Μια συνάρτηση που διέρχεται από τα σημεία $A(-1, -5)$ και $B(3, 7)$ είναι γνησίως αύξουσα. Σ Λ
- iv) Αν μια συνάρτηση f είναι γνησίως αύξουσα τότε η $-f$ είναι γνησίως φθίνουσα. Σ Λ
- v) Μία γνησίως μονότονη συνάρτηση έχει το πολύ μία ρίζα. Σ Λ

10 μονάδες

Θέμα Β

B1. Να λυθούν τα συστήματα:

i)
$$\begin{cases} \frac{x-1}{2} + \frac{y+2}{6} = 0 \\ 3(x+2) - 5(y-6) = 31 \end{cases}$$

ii)
$$\begin{cases} \frac{x-1}{3} + \frac{-y+3}{6} = 1 \\ -\frac{x+3}{3} + \frac{2x+y}{4} = \frac{y-3}{3} \end{cases}$$

iii)
$$\begin{cases} 3(y-1) - 2(2y-x) = 0 \\ y - 2(x-1) = -1 \end{cases}$$

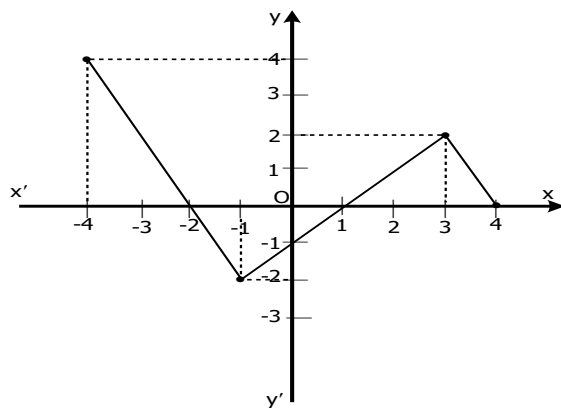
15 μονάδες

B2. Σε μία συνεστίαση μεταξύ συγγενών παρευρίσκονται οι γονείς με τα παιδιά τους. Στο τραπέζι υπάρχουν πέντε παιδιά επιπλέον από τους γονείς. Κάθε γονιός πλήρωσε 12 € και κάθε παιδί τα μισά. Αν ο συνολικός λογαριασμός ήταν 300 € να βρείτε πόσοι ήταν οι γονείς και πόσα τα παιδιά;

10 μονάδες

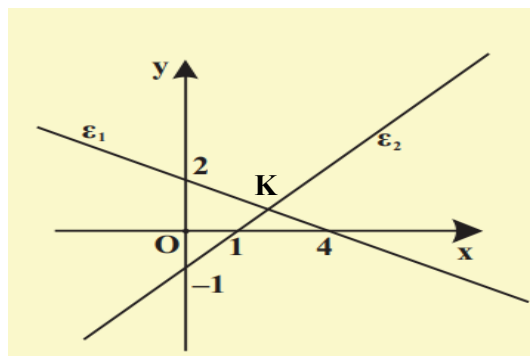
Θέμα Γ

Γ1. Στο παρακάτω σχήμα δίνεται η γραφική παράσταση μιας συνάρτησης f .



- α) Να βρείτε το πεδίο ορισμού και το σύνολο τιμών της f . 3 μονάδες
- β) Να λύσετε την εξίσωση $f(x) = 0$. 3 μονάδες
- γ) Να λύσετε τις ανισώσεις:
- i) $f(x) > 0$ ii) $f(x) < 2$ 4 μονάδες
- δ) Να γράψετε τα διαστήματα μονοτονίας της f . 3 μονάδες
- ε) Να βρείτε το πλήθος των λύσεων της εξίσωσης $f(x) = 5$ και $f(x) = \frac{1}{2}$. 4 μονάδες

Γ2. Δίνονται οι ευθείες $\varepsilon_1 : y = \alpha_1 x + \beta_1$ και $\varepsilon_2 : y = \alpha_2 x + \beta_2$ του διπλανού σχήματος.



- α) Να δείξετε ότι $\varepsilon_1 : y = -\frac{1}{2}x + 2$ και $\varepsilon_2 : y = x - 1$. 4 μονάδες
- β) Να βρεθεί το σημείο τομής K των ε_1 και ε_2 . 4 μονάδες

Θέμα Δ

Δίνεται η συνάρτηση $f(x) = x^5 + ax + \beta$ της οποίας η γραφική παράσταση διέρχεται από τα σημεία $A(-1, -3)$ και $B(-2, -36)$.

- Δ1. Να δείξετε ότι $a = 2$ και $\beta = 0$. 4 μονάδες
- Δ2. Να δείξετε ότι η f είναι γνησίως αύξουσα στο \mathbb{R} . 5 μονάδες
- Δ3. Να λυθεί η εξίσωση $f(x) = 3$. 4 μονάδες
- Δ4. Να συγκριθούν οι αριθμοί $f(\sqrt{31})$ και $f(4\sqrt{2})$. 3 μονάδες
- Δ5. Να λυθούν οι ανισώσεις:
- i) $f(x^2 - 3) < 3, x \in \mathbb{R}$ 3 μονάδες
- ii) $f(f(x+3)+1) < -36, x \in \mathbb{R}$ 3 μονάδες
- iii) $(x^2 + 2)^5 - 6x < (3x)^5 - 2(x^2 + 2), x \in \mathbb{R}$ 3 μονάδες