

Διαγώνισμα στα Μαθηματικά Β' Λυκείου

Άλγεβρα

Επώνυμο:

Όνομα:

Τμήμα:

Ημερομηνία: 16.12.2023



Θέμα Α

- A1. Να αποδείξετε ότι για οποιαδήποτε γωνία  $\omega$  ισχύει  $\eta\mu^2\omega + \sigma\upsilon\nu^2\omega = 1$ . 6 μονάδες
- A2. Να εξετάσετε αν υπάρχει γωνία  $\omega$  τέτοια ώστε  $\epsilon\varphi\omega = 2$  και  $\sigma\varphi\omega = 1$ . 3 μονάδες
- A3. Να γίνει η γραφική παράσταση και ο πίνακας μεταβολών των συναρτήσεων  $f(x) = \eta\mu x$  και  $g(x) = \sigma\upsilon\nu x$  στο  $[0, 2\pi]$  6 μονάδες
- A4. Να χαρακτηρίσετε τις προτάσεις που ακολουθούν, με τη λέξη **Σωστό**, αν η πρόταση είναι σωστή ή **Λάθος**, αν η πρόταση είναι λανθασμένη.
- i) Ισχύει  $\sigma\upsilon\nu(\pi - \omega) = \sigma\upsilon\nu\omega$ . Σ  Λ
- ii) Αν  $\frac{\pi}{2} < x < \pi$  τότε  $\eta\mu 2x > 0$ . Σ  Λ
- iii) Αν  $\frac{3\pi}{2} < \omega < 2\pi$  τότε  $\sqrt{1 - \sigma\upsilon\nu^2\omega} = -\eta\mu\omega$ . Σ  Λ
- iv) Ισχύει  $\eta\mu 20^\circ = \sigma\upsilon\nu 70^\circ$ . Σ  Λ
- v) Αν  $\eta\mu\omega = 1$  τότε υποχρεωτικά θα' ναι  $\sigma\upsilon\nu\omega = 0$ . Σ  Λ
- 10 μονάδες**

Θέμα Β

- B1. Αν  $\frac{\pi}{2} < x < \pi$  και  $-2\sigma\upsilon\nu^2x - 5\eta\mu x + 4 = 0$ .
- i) Να δείξετε ότι  $\eta\mu x = \frac{1}{2}$ . 6 μονάδες
- ii) Να υπολογίσετε τους τριγωνομετρικούς αριθμούς  $\sigma\upsilon\nu x$ ,  $\epsilon\varphi x$ . 6 μονάδες
- B2. Δίνεται ο αριθμός  $\alpha = \frac{4\eta\mu\frac{5\pi}{6} \cdot \sigma\upsilon\nu\frac{7\pi}{3}}{\epsilon\varphi\frac{29\pi}{4}}$ .
- i) Να δείξετε ότι  $\alpha = 1$ . 6 μονάδες
- ii) Να δείξετε ότι  $\frac{\sigma\upsilon\nu x}{\alpha + \eta\mu x} + \epsilon\varphi x = \frac{\alpha}{\sigma\upsilon\nu x}$ . 7 μονάδες

### Θέμα Γ

Δίνεται η συνάρτηση

$$f(x) = 2\sigma\upsilon\nu\left(\frac{27\pi}{2} + 2x\right) + \sigma\upsilon\nu(9\pi - 2x) \cdot \sigma\upsilon\nu(-3\pi - 2x) + \eta\mu^2(21\pi + 2x) - 2.$$

- Γ1. Να δείξετε ότι  $f(x) = 2\eta\mu 2x - 1$ . 7 μονάδες
- Γ2. Να βρείτε την περίοδο και τη μέγιστη και ελάχιστη τιμή της συνάρτησης  $f$ . 6 μονάδες
- Γ3. Να γίνει η γραφική παράσταση και ο πίνακας μεταβολών της συνάρτησης  $f$  στο διάστημα  $[0, T]$ . 7 μονάδες
- Γ4. Να συγκρίνετε τις τιμές  $f\left(\frac{\pi}{16}\right)$  και  $f\left(\frac{\pi}{14}\right)$ . 3 μονάδες
- Γ5. Να εξετάσετε αν η εξίσωση  $f(x) = x^2 + 2$  έχει λύση στο  $\mathbb{R}$  2 μονάδες

### Θέμα Δ

Η συνάρτηση  $f(x) = \alpha + \beta\sigma\upsilon\nu(\omega x)$  με  $\omega > 0$  και  $\beta < 0$  έχει περίοδο  $T = \pi$ , μέγιστη τιμή 5 και η γραφική παράσταση διέρχεται από το σημείο  $A\left(\frac{\pi}{6}, 2\right)$ .

- Δ1. Να δείξετε ότι  $\alpha = 3$ ,  $\beta = -2$  και  $\omega = 2$ . 6 μονάδες
- Δ2. Να δείξετε ότι η συνάρτηση  $f$  είναι άρτια. 3 μονάδες
- Δ3. Να γίνει η γραφική παράσταση της συνάρτησης  $g(x) = 3 - f(x)$  στο διάστημα  $[0, 2\pi]$ . 6 μονάδες
- Δ4. Να λύσετε γραφικά:
- i) την εξίσωση  $g(x) = 0$  στο  $[0, 2\pi]$ . 5 μονάδες
  - ii) την ανίσωση  $g(x) < 0$  στο  $[0, 2\pi]$ . 5 μονάδες