

Επώνυμο:

Όνομα:

Τμήμα:

Ημερομηνία: 13.04.2024

Θέμα Α

- A1.** Τι ονομάζουμε αριθμητική πρόοδο και τι γεωμετρική πρόοδο; 9 μονάδες
- A2.** Τι ονομάζουμε συνάρτηση από ένα σύνολο A στο σύνολο B. 6 μονάδες
- A3.** Να χαρακτηρίσετε τις προτάσεις που ακολουθούν, με τη λέξη **Σωστό**, αν η πρόταση είναι σωστή ή **Λάθος**, αν η πρόταση είναι λανθασμένη
- i) Έστω το τριώνυμο $ax^2 + bx + \gamma$, $a \neq 0$ και ρ_1, ρ_2 οι ρίζες του. Τότε ισχύει Σ Λ
 $ax^2 + bx + \gamma = a(x - \rho_1)(x - \rho_2)$.
- ii) Το τριώνυμο $-x^2 + bx + 2024$ διατηρεί σταθερό πρόσημο στο \mathbb{R} . Σ Λ
- iii) Ο ν-οστός μιας γεωμετρικής προόδου με πρώτο όρο α_1 και λόγο λ είναι Σ Λ
 $\alpha_n = \alpha_1 \cdot \lambda^n$.
- iv) Αν α, β, γ διαδοχικοί όροι γεωμετρικής προόδου τότε ο αριθμός β είναι Σ Λ
γεωμετρικός μέσος των α, γ .
- v) Η συνάρτηση $f(x) = (\sqrt{x})^2$ έχει πεδίο ορισμού το \mathbb{R} . Σ Λ
- 10 μονάδες**

Θέμα Β

B1. Να βρεθούν τα πεδία ορισμού των συναρτήσεων:

i) $f(x) = \sqrt{9-x^2} + \frac{1}{x}$ ii) $g(x) = \frac{2x-1}{\sqrt{x^2-2x}}$ iii) $h(x) = \sqrt{|x+1|-3}$

9 μονάδες

B2. Αν οι αριθμοί $x+1, 3x-1, 2x+3$ είναι διαδοχικοί όροι αριθμητικής προόδου.

- i) Να δείξετε ότι $x = 2$. 4 μονάδες
- ii) Αν ο $3x-1$ είναι ο 5^{ος} όρος της αριθμητικής προόδου:
- α) Να δείξετε ότι $\omega = 2$ και $\alpha_1 = -3$. 4 μονάδες
- β) Ποιος όρος ισούται με 37; 4 μονάδες
- γ) Να βρείτε το άθροισμα των 21 πρώτων όρων. 4 μονάδες

Θέμα Γ

- Γ1.** Δίνεται η συνάρτηση $f(x) = \begin{cases} x^2 - \alpha, & x \geq 1 \\ x + \beta + 1, & x < 1 \end{cases}$.
- α)** Να βρείτε το πεδίο ορισμού της f . 3 μονάδες
- β)** Αν $f(2) = 3$ και $f(-1) = -3$ να βρείτε τους αριθμούς α, β . 5 μονάδες
- γ)** Αν $\alpha = 1$ και $\beta = -3$ να λύσετε την εξίσωση $f(x) = 3$. 5 μονάδες
-
- Γ2.** Δίνεται η συνάρτηση $f(x) = \frac{x^2 + |x| - 2}{x^2 - 1}$.
- α)** Να βρείτε το πεδίο ορισμού της. 4 μονάδες
- β)** Να απλοποιηθεί ο τύπος της f . 4 μονάδες
- γ)** Αν $f(x) = \frac{|x| + 2}{|x| + 1}$, να λυθεί η εξίσωση $f(x) = \frac{4}{3}$. 4 μονάδες

Θέμα Δ

Δίνεται η εξίσωση $x^2 - 2(\lambda - 1)x + \lambda + 5 = 0$ ①.

- Δ1.** Να δείξετε ότι η διακρίνουσα της εξίσωσης ① είναι $\Delta = 4\lambda^2 - 12\lambda - 16$. 6 μονάδες
- Δ2.** Να βρείτε τις τιμές του $\lambda \in \mathbb{R}$ ώστε η εξίσωση ① να έχει δυο ρίζες πραγματικές και άνισες. 7 μονάδες
- Δ3.** Αν x_1, x_2 οι ρίζες της εξίσωσης ①, να βρείτε για ποιες τιμές του $\lambda \in \mathbb{R}$ ισχύει $\left(\frac{x_1 + x_2}{2}\right)^2 < x_1 x_2 + 6$. 5 μονάδες
- Δ4.** Να βρείτε για ποιες τιμές του λ η ανίσωση $x^2 - 2(\lambda - 1)x + \lambda + 5 > 0$ αληθεύει για κάθε $x \in \mathbb{R}$. 7 μονάδες