

Επώνυμο:

Όνομα:

Τμήμα:

Ημερομηνία: 14.10.2023

**Θέμα Α**

A1. Να αντιστοιχίσετε κάθε ταυτότητα της στήλης Α με το ανάπτυγμα της στη στήλη Β.

10 μονάδες

Στήλη Α		Στήλη Β	
i)	$(-α + β)^2$	α)	$α^3 - β^3$
ii)	$(-α - β)^2$	β)	$α^2 + 2αβ + β^2$
iii)	$(α + β)(β - α)$	γ)	$-α^2 - 2αβ - β^2$
iv)	$(α - β)^3$	δ)	$α^2 - 2αβ + β^2$
v)	$(α - β)(α^2 + αβ + β^2)$	ε)	$β^2 - α^2$
		στ)	$α^3 - 3αβ^2 + 3α^2β - β^3$
		ζ)	$α^2 - β^2$
		η)	$α^3 - 3α^2β + 3αβ^2 - β^3$

A2. Να δείξετε ότι η πρόταση «Για οποιουσδήποτε πραγματικούς αριθμούς  $α, β$  ισχύει  $(α - β)^5 = α^5 - β^5$ » δεν είναι αληθής.

5 μονάδες

A3. Να χαρακτηρίσετε τις προτάσεις που ακολουθούν, με τη λέξη **Σωστό**, αν η πρόταση είναι σωστή ή **Λάθος**, αν η πρόταση είναι λανθασμένη.

- i) Αν  $Ω$  είναι το βασικό σύνολο και  $A$  υποσύνολο του  $Ω$  τότε ισχύει  $A \cap A' = \emptyset$ . Σ  Λ
- ii) Ισχύει:  $A \subseteq B \Rightarrow A \cap B = A$ . Σ  Λ
- iii) Ο μοναδικός αριθμός ο οποίος είναι ίσος με τον αντίστροφο του είναι το 1. Σ  Λ
- iv) Αν οι αριθμοί  $α, β$  είναι αντίθετοι τότε  $β + α = 0$ . Σ  Λ
- v) Για κάθε  $α, β, γ \in \mathbb{R}$  ισχύει:  $α \cdot γ = β \cdot γ \Leftrightarrow α = β$ . Σ  Λ

10 μονάδες

**Θέμα Β**

B1. Αν  $Ω = \{0, 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9, 10\}$ ,  $A = \{0, 1, 3, 5\}$ ,  $B = \{1, 2, 3, 7, 9\}$ ,  $Γ = \{4, 6, 7, 8, 10\}$ .

Να βρεθούν τα σύνολα:

- i)  $A \cup B$                       ii)  $A \cap B$                       iii)  $B'$
- iv)  $B - A$                       v)  $(A \cup Γ)'$

15 μονάδες

B2. Αν για τους αριθμούς  $α, β$  ισχύει ότι  $(α^2 + 1)(β^2 + 1) = (α + β)^2$ , να δείξετε ότι  $α \cdot β = 1$ .

10 μονάδες

### Θέμα Γ

Γ1. Να αποδείξετε τις ταυτότητες:

i)  $(x+2)^3 - 6(x+1)^2 = x^3 + 2$

ii)  $x(x-3y)^2 - (x+y)^3 + y(3x-y)^2 = 0$

iii)  $5(x+1)(x-1) + (2x+3)^2 = (3x+2)^2$

15 μονάδες

Γ2. Αν  $x-y=2$  να δείξετε ότι:  $x^3 - 3x^2 + 4 = y^3 + 3y^2$ .

10 μονάδες

### Θέμα Δ

Δ1.

Δίνεται η παράσταση  $\omega = \frac{\left[ (x^2 \cdot y^{-4})^3 \cdot (y^{-2})^{-5} \right]^2}{(x^2 \cdot y^{-3})^4}$ . Να απλοποιηθεί η παράσταση  $\omega$

και στη συνέχεια αν  $x \cdot y^2 = -1$  να δείξετε ότι  $\omega = 1$ .

8 μονάδες

Δ2. Να απλοποιηθεί η παράσταση:

$$\varphi = 2(\alpha - 3\beta) - 5[\beta(\alpha - 1) - 1] - \alpha(3 - 5\beta)$$

και στη συνέχεια αν οι αριθμοί  $\alpha$  και  $\beta$  είναι αντίθετοι να δείξετε ότι  $\varphi = 5$ .

7 μονάδες

Δ3. Αν  $\kappa + \lambda = \varphi$  και  $\kappa \cdot \lambda = \omega$ , να υπολογίσετε τις τιμές των παραστάσεων:  $A = \kappa^2 + \lambda^2$ ,

$B = \kappa^3 + \lambda^3$ ,  $\Gamma = \frac{1}{\kappa} + \frac{1}{\lambda}$  όπου  $\varphi$  και  $\omega$  οι τιμές των παραπάνω ερωτημάτων

10 μονάδες