

Διαγώνισμα στα Μαθηματικά Α' Λυκείου

Άλγεβρα

Επώνυμο:

Όνομα:

Τμήμα:

Ημερομηνία: 16.12.2023



Θέμα Α

- A1. α) Τι ονομάζουμε ν-οστή ρίζα ενός μη αρνητικού αριθμού a . 4 μονάδες
 β) Τι ονομάζουμε απόλυτη τιμή ενός πραγματικού αριθμού a . 4 μονάδες
- A2. Αν $\alpha, \beta \geq 0$, να δείξετε ότι $\sqrt[n]{\alpha} \cdot \sqrt[n]{\beta} = \sqrt[n]{\alpha\beta}$ με $n \in \mathbb{N}^*$. 7 μονάδες
- A3. Να χαρακτηρίσετε τις προτάσεις που ακολουθούν, με τη λέξη **Σωστό**, αν η πρόταση είναι σωστή ή **Λάθος**, αν η πρόταση είναι λανθασμένη.
- i) Ισχύει $\sqrt{\alpha^2} = \alpha$ για κάθε $\alpha \in \mathbb{R}$. Σ Λ
 ii) Αν $\gamma < 0$ και $\alpha < \beta$ τότε $\alpha\gamma < \beta\gamma$. Σ Λ
 iii) Για κάθε $\alpha, \beta \in \mathbb{R}$ ισχύει: $|\alpha + \beta| = |\alpha| + |\beta|$. Σ Λ
 iv) Για κάθε $x \in \mathbb{R}$ ισχύει $|x| \geq x$ και $|x| \geq -x$. Σ Λ
 v) Για κάθε $x \in \mathbb{R}$ ισχύει: $\sqrt[3]{x^2} = x^{\frac{2}{3}}$. Σ Λ
- 10 μονάδες**

Θέμα Β

- B1. Να αποδείξετε ότι $(\alpha + \beta)^2 + 4\alpha\beta \geq -8\beta^2$. 8 μονάδες
- B2. Αν $\alpha \geq \beta$ να αποδείξετε ότι $\alpha^3 + \alpha^2\beta - \alpha\beta^2 - \beta^3 \geq 0$. 8 μονάδες
- B3. Αν $-4 < x < 2$ να απλοποιήσετε την παράσταση $A = |x - 2| + |x + 4| + |2x + 9|$. 9 μονάδες

Θέμα Γ

Αν για τους πραγματικούς αριθμούς α, β ισχύει $\alpha^2 + \beta^2 + 5 = 2(\alpha + 2\beta)$.

- Γ1. Να δείξετε ότι $\alpha = 1$ και $\beta = 2$. 5 μονάδες
- Γ2. Αν για τον πραγματικό αριθμό x ισχύει: $d(x, \alpha) < \beta$.
- i) Να δείξετε ότι $-1 < x < 3$. 5 μονάδες
 ii) Να συγκρίνετε τους αριθμούς $K = x^3 - 3$ και $\Lambda = 3x^2 - x$. 5 μονάδες
 iii) Να βρείτε μεταξύ ποιων τιμών βρίσκονται οι παραστάσεις $A = x^3 + 1$ και $B = (x - 3)^2 - x$. 5 μονάδες
 iv) Να απλοποιηθεί η παράσταση $K = \frac{\sqrt{x^2 + 2x + 1}}{x + 1} - \frac{\sqrt{x^2 - 6x + 9}}{x - 3}$. 5 μονάδες

Θέμα Δ

Δίνονται οι αριθμοί $\alpha = \frac{1}{\sqrt{2}-1} - \frac{1}{\sqrt{2}+1}$, $\beta = \sqrt{3} \cdot \sqrt[3]{3} \cdot \sqrt[6]{3}$, $\gamma = \sqrt[3]{4} \cdot \sqrt{\sqrt{2^3 \sqrt{2}}} - 1$.

Δ1. Να δείξετε ότι $\alpha = 2$, $\beta = 3$, $\gamma = 1$.

6 μονάδες

Δ2. Να δείξετε ότι $\sqrt[3]{\beta^2} \cdot \sqrt[3]{\sqrt{2\beta} - \sqrt{\alpha + \gamma}} \cdot \sqrt[3]{(\sqrt{2\beta} + \sqrt{\alpha + \gamma})} = 3$.

6 μονάδες

Δ3. Να συγκρίνετε τις τιμές $\sqrt{2\beta}$ και $\sqrt{\alpha} + \gamma$.

6 μονάδες

Δ4. Να βρεθούν οι τιμές του x για τις οποίες ισχύει $\sqrt{x^2 - \alpha x + 1} = |2x + \beta|$.

7 μονάδες