Διαγώνισμα στα Μαθηματικά Α΄ Λυκείου
Άλγεβρα

Επώνυμο:	
Όνομα:	
Τμήμα:	
Ημερομηνία: 17.02.2024	

φάσμα φροντιστήριο

Θέμα Α

Α1. Έστω η εξίσωση $\alpha x^2+\beta x+\gamma=0$, $\alpha\neq 0$ με πραγματικές ρίζες x_1, x_2. Να αποδείξετε ότι $x_1+x_2=-\dfrac{\beta}{\alpha}$ και $x_1\cdot x_2=\dfrac{\gamma}{\alpha}$.

7 μονάδες

Α2. Να συμπληρώσετε τα κενά:

i) αν ν άρτιος φυσικός αριθμός και $\alpha>0$ τότε $x^\nu=\alpha \Leftrightarrow$................

ii) αν ν περιττός φυσικός αριθμός και $\alpha>0$ τότε $x^\nu=\alpha \Leftrightarrow$................

iii) αν ν άρτιος φυσικός αριθμός και $\alpha<0$ τότε $x^\nu=\alpha \Leftrightarrow$................

iv) αν ν περιττός φυσικός αριθμός και $\alpha<0$ τότε $x^\nu=\alpha \Leftrightarrow$................

8 μονάδες

Α3. Να χαρακτηρίσετε τις προτάσεις που ακολουθούν, με τη λέξη **Σωστό**, αν η πρόταση είναι σωστή ή **Λάθος**, αν η πρόταση είναι λανθασμένη.

i) Αν $\alpha\neq 0$ τότε ισχύει $\alpha x+\beta>0 \Leftrightarrow x>-\dfrac{\beta}{\alpha}$. **Σ** ☐ **Λ** ☐

ii) Αν $\alpha\cdot\gamma<0$ τότε η εξίσωση $\alpha x^2+\beta x+\gamma=0$ έχει πάντα λύση. **Σ** ☐ **Λ** ☐

iii) Η εξίσωση $(\lambda-1)x=\lambda(\lambda-1)$ έχει μοναδική λύση την $x=\lambda$ για κάθε $\lambda\in\mathbb{R}$. **Σ** ☐ **Λ** ☐

iv) Αν $\theta>0$, τότε $|x|>\theta \Leftrightarrow x\in(-\theta,\theta)$. **Σ** ☐ **Λ** ☐

v) Οι αριθμοί που έχουν άθροισμα $S=2$ και γινόμενο $P=-5$ είναι ρίζες της εξίσωσης $x^2+2x-5=0$. **Σ** ☐ **Λ** ☐

10 μονάδες

Θέμα Β

Β1. Να λυθούν οι εξισώσεις: **15 μονάδες**

i) $\dfrac{x+2}{x-3}-\dfrac{3-x}{x}=\dfrac{x^2+6}{x^2-3x}$ **ii)** $x^6-7x^3-8=0$

iii) $(x-3)^2-|2x-6|-3=0$

Β2. Να βρεθούν οι κοινές λύσεις των ανισώσεων: **10 μονάδες**

$\dfrac{x}{3}-\dfrac{2x-5}{12}<2-\dfrac{5-x}{4}$ και $|x+1|<5$

Θέμα Γ

Γ1. Δίνεται η εξίσωση $(\lambda-1)x=\lambda^2-1,\ \lambda\in\mathbb{R}$.

i) Να λυθεί η παραπάνω εξίσωση για τις διάφορες τιμές του $\lambda\in\mathbb{R}$. **9 μονάδες**

ii) Αν η μοναδική λύση της εξίσωσης είναι το $x=4$, να βρεθεί η τιμή του **λ**. **7 μονάδες**

Γ2. Να βρείτε τις τιμές του $\alpha\in\mathbb{R}$ ώστε η εξίσωση $2x^2+(\alpha-9)x+(\alpha^2+3\alpha+4)=0$ να έχει διπλή ρίζα.

Στη συνέχεια για τη μικρότερη τιμή του $\boldsymbol{\alpha}$ που βρήκατε να βρεθεί η διπλή ρίζα της εξίσωσης. **9 μονάδες**

Θέμα Δ

Δίνεται η εξίσωση $x^2-4x+|\lambda-1|=0, \lambda\in\mathbb{R}$ ①.

Δ1. Να βρεθούν οι τιμές του **λ** ώστε η εξίσωση ① να έχει δύο ρίζες πραγματικές **4 μονάδες**

Δ2. Να βρεθούν οι τιμές του **λ** ώστε η εξίσωση ① να έχει δύο ρίζες αντίστροφες **3 μονάδες**

Δ3. Αν x_1, x_2 οι ρίζες της εξίσωσης ① να βρείτε τις τιμές του λ ώστε

i) $|x_1x_2-2|=x_1+x_2-3$

ii) $x_1^{\,3}x_2^{\,3}-2x_1-2x_2=0$ **8 μονάδες**

Δ4. Για λ=3

i) Να βρεθούν οι τιμές των παραστάσεων:

$\mathrm{A}=x_1^2+x_2^2$

$\mathrm{B}=x_1^2x_2-3x_1-3x_2+x_1x_2^2$ **6 μονάδες**

ii) Να βρεθεί η εξίσωση 2^ου^ βαθμού που να έχει ως ρίζες τους αριθμούς x_1-1, x_2-1. **4 μονάδες**