

Διαγώνισμα στα Μαθηματικά Β' Λυκείου



Επώνυμο:

Όνομα:

Τμήμα:

Ημερομηνία: 13.04.2024

Θέμα Α

- A1. Αν $0 < \alpha \neq 1$ και $\theta_1, \theta_2 > 0$ να αποδείξετε ότι $\log_a \theta_1 + \log_a \theta_2 = \log_a (\theta_1 \cdot \theta_2)$. 7 μονάδες
- A2. i) Δίνονται οι συναρτήσεις $f(x) = \log_a x$ και $g(x) = a^x$ με $0 < \alpha \neq 1$. Να γίνει η γραφική τους παράσταση όταν $a > 1$. 6 μονάδες
- ii) Εστω a ένας θετικός αριθμός. Πότε μία συνάρτηση f λέγεται εκθετική με βάση a ; 2 μονάδες
- A5. Να χαρακτηρίσετε τις προτάσεις που ακολουθούν, με τη λέξη **Σωστό**, αν η πρόταση είναι σωστή ή **Λάθος**, αν η πρόταση είναι λανθασμένη.
- i) Η εκθετική συνάρτηση $f(x) = a^x$ έχει σύνολο τιμών το \mathbb{R} . Σ Λ
- ii) Για κάθε $\theta > 0$ ισχύει $e^{\ln \theta} = \theta$. Σ Λ
- iii) Η συνάρτηση $f(x) = (a^2 + 2)^x$, $a \in \mathbb{R}$, είναι γνησίως αύξουσα στο \mathbb{R} . Σ Λ
- iv) Για κάθε $\theta > 0$ και $v \in \mathbb{N}^*$ ισχύει $\log_a \sqrt[v]{\theta} = v \cdot \log_a \theta$. Σ Λ
- v) Οι αριθμοί $\log \frac{1}{7}$ και $\log 7$ είναι αντίθετοι. Σ Λ
- 10 μονάδες**

Θέμα Β

Δίνεται συνάρτηση $f(x) = \left(\frac{\alpha}{\alpha-1}\right)^x$, $x \in \mathbb{R}$.

- B1. Να βρείτε τις τιμές του $\alpha \in \mathbb{R}$ για τις οποίες η f είναι γνησίως αύξουσα. 7 μονάδες
- B2. Αν η f είναι γνησίως αύξουσα και η C_f διέρχεται από το $M(2,4)$ τότε:
- α) να δείξετε ότι $\alpha=2$. 6 μονάδες
- β) να λύσετε την εξίσωση $f(\log x) = 8$, $x > 0$. 5 μονάδες
- γ) Να λύσετε την ανίσωση $f(2x^2 - 1) > f(2 - x^2)$, $x \in \mathbb{R}$ 7 μονάδες

Θέμα Γ

Δίνονται οι αριθμοί $\alpha = 10^{2\log 2} - e^{\ln 3}$, $\beta = 2\log(1+\sqrt{2}) + \log(3-2\sqrt{2}) + \ln e^2$ και η συνάρτηση $f(x) = \kappa \cdot 2^x + \lambda$. Αν η C_f διέρχεται από τα σημεία $A(\alpha, 3)$ και $B(\beta, 13)$ τότε

- Γ1.** Ναδειχθεί ότι $\alpha = 1$, $\beta = 2$. 5 μονάδες
- Γ2.** Ναδειχθεί ότι $\kappa = 5$ και $\lambda = -7$. 6 μονάδες
- Γ3.** Ναδειχθεί ότι η f είναι γνησίως αύξουσα στο \mathbb{R} . 4 μονάδες
- Γ4.** Να λύσετε την εξίσωση $f(x) = 2^{x+2} + 13 - 4^x$. 5 μονάδες
- Γ5.** Να λύσετε την ανίσωση $f(2x) < f(x) + 10$. 5 μονάδες

Θέμα Δ

Δίνεται η συνάρτηση $f(x) = \ln \frac{2-x}{2+x}$ με γραφική παράσταση C_f .

- Δ1.** Να βρεθεί το πεδίο ορισμού της $f(x)$. 5 μονάδες
- Δ2.** Να δείξετε ότι η συνάρτηση f είναι περιττή. 4 μονάδες
- Δ3.** Να βρεθούν τα σημεία στα οποία η C_f τέμνει τους άξονες. 5 μονάδες
- Δ4.** Να βρεθούν τα κοινά σημεία της C_f με τη γραφική παράσταση της συνάρτησης $g(x) = \ln x - \ln e^{\ln 3}$. 5 μονάδες
- Δ5.** Να λυθεί η εξίσωση $3^{2f(x)} + 3^{f(x)+1} - 4 = 0$. 6 μονάδες