

Διαγώνισμα στα Μαθηματικά Β' Λυκείου

Άλγεβρα



Επώνυμο:
Όνομα:
Τμήμα:
Ημερομηνία: 17.02.2024

Θέμα Α

- A1.** Να αποδείξετε ότι «ένα πολυώνυμο $P(x)$ έχει παράγοντα το $x - \rho$ αν και μόνο αν το ρ είναι ρίζα του $P(x)$, δηλαδή αν και μόνο αν $P(\rho) = 0$ ».
- 8 μονάδες
- A2.** Να αποδείξετε ότι το υπόλοιπο της διαίρεσης ενός πολυωνύμου $P(x)$ με το $(x - \rho)$ ισούται με $P(\rho)$.
- 7 μονάδες
- A3.** Να χαρακτηρίσετε τις προτάσεις που ακολουθούν, με τη λέξη **Σωστό**, αν η πρόταση είναι σωστή ή **Λάθος**, αν η πρόταση είναι λανθασμένη.
- i) Κάθε διαιρέτης του σταθερού όρου α_0 του πολυωνύμου $P(x) = \alpha_n x^n + \alpha_{n-1} x^{n-1} + \dots + \alpha_1 x + \alpha_0$ με ακέραιους συντελεστές, είναι ρίζα του $P(x)$. Σ Λ
- ii) Κάθε σταθερό και μη μηδενικό πολυώνυμο είναι μηδενικού βαθμού. Σ Λ
- iii) Ο βαθμός του γινομένου δύο μη μηδενικών πολυωνύμων ισούται με το άθροισμα των βαθμών των πολυωνύμων. Σ Λ
- iv) Το υπόλοιπο της διαίρεσης ενός πολυωνύμου $P(x)$ με το $x + 3$ ισούται με $\nu = P(3)$. Σ Λ
- v) Αν n περιττός θετικός ακέραιος τότε το $x + 1$ είναι παράγοντας του $x^n + 1$. Σ Λ
- 10 μονάδες

Θέμα Β

Το πολυώνυμο $P(x) = 2x^3 + \lambda x^2 - 20x + \mu$ έχει παράγοντα το $x + 2$, ενώ διαιρούμενο με το $x - 1$ αφήνει υπόλοιπο -15 .

- B1.** Να αποδείξετε ότι $\lambda = -9$ και $\mu = 12$. 9 μονάδες
- B2.** Να λυθεί η εξίσωση $P(x) = 0$. 8 μονάδες
- B3.** Να λυθεί η ανίσωση $P(x) < 0$. 8 μονάδες

Θέμα Γ

Δίνεται το πολυώνυμο $P(x) = x^3 - 3x^2 + \alpha x + \beta$.

Αν το υπόλοιπο της διαίρεσης του $P(x)$ με το $x^2 - 2x$ ισούται με $\nu(x) = 2x - 1$.

Γ1. Να δείξετε ότι $\alpha = 4$ και $\beta = -1$. 7 μονάδες

Γ2. Να βρείτε το ηλίκο της παραπάνω διαίρεσης και να γράψετε την ταυτότητά της. 5 μονάδες

Γ3. Να βρείτε τα διαστήματα του x που η γραφική παράσταση της πολυωνυμικής συνάρτησης $P(x)$ βρίσκεται πάνω από την ευθεία $y = 2x - 1$. 5 μονάδες

Γ4. Να λυθούν οι ανισώσεις:

i) $\frac{\nu(x)}{x^2 - 1} \geq 0$

ii) $\frac{P(x)}{x} \geq 1$

8 μονάδες

Θέμα Δ

Δίνεται το πολυώνυμο τρίτου ($3^{\text{ου}}$) βαθμού

$$P(x) = (\lambda^2 - 1)x^4 + \frac{(\lambda + 1)(2\lambda - 1)}{2}x^3 + 3x^2 + \alpha x + \beta.$$

Δ1. Να δείξετε ότι $\lambda = 1$. 6 μονάδες

Αν επιπλέον το $P(x)$ έχει παράγοντα το $(x + 2)^2$.

Δ2. Να δείξετε ότι $\alpha = 0$ και $\beta = -4$. 8 μονάδες

Δ3. Να βρείτε τα σημεία τομής της γραφικής παράστασης της πολυωνυμικής συνάρτησης $P(x)$ με τους άξονες $x'x$ και $y'y$. 6 μονάδες

Δ4. Να λυθεί η εξίσωση $P(x^2 - 3) = 0$. 5 μονάδες