

Επώνυμο:

Όνομα:

Τμήμα:

Ημερομηνία: 11.05.2024

Θέμα Α

A1. Δίνονται τα διανύσματα $\vec{\alpha} = (2, 3)$, $\vec{\beta} = (-1, 1)$, $\vec{\gamma} = (-5, -5)$.

- α) Να βρείτε τη γωνία που σχηματίζει το διάνυσμα $\vec{\beta}$ με τον $x'x$. 4 μονάδες
- β) Να γράψετε το $\vec{\gamma}$ ως γραμμικό συνδυασμό των $\vec{\alpha}, \vec{\beta}$. 4 μονάδες
- γ) Αν $\vec{u} = (\kappa - 1, 2\kappa)$ και $\vec{u} \perp \vec{\alpha}$, να βρείτε το $\kappa \in \mathbb{R}$. 4 μονάδες

A2. Θεωρούμε τα διανύσματα $\vec{\alpha}, \vec{\beta}$ τέτοια ώστε $|\vec{\alpha}| = 3$, $|\vec{\beta}| = 4$ και $\left(\vec{\alpha}, \vec{\beta}\right) = \frac{\pi}{3}$.

- α) Να βρεθεί το εσωτερικό γινόμενο των $\vec{\alpha}, \vec{\beta}$. 5 μονάδες
- β) Αν $\vec{u} = 3\vec{\alpha} - \vec{\beta}$, $\vec{v} = \vec{\alpha} - 3\vec{\beta}$, να βρείτε:
- i) το μέτρο του \vec{u} , 4 μονάδες
- ii) το εσωτερικό γινόμενο των \vec{u}, \vec{v} . 4 μονάδες

Θέμα Β

B1. Δίνεται το σημείο $A(4, -2)$ και η ευθεία (ε_1) με εξίσωση $x - y + 2 = 0$.

Να βρείτε:

- α) την ευθεία (ε_2) που διέρχεται από το A και είναι κάθετη στην (ε_1) , 4 μονάδες
- β) το σημείο τομής B των ευθειών ε_1 και $\varepsilon_2 : y = -x + 2$, 4 μονάδες
- γ) το συμμετρικό του A ως προς την (ε_1) . 3 μονάδες

B2. Δίνονται τα σημεία $A(1, 7)$, $B(-1, 5)$, $\Gamma(3, 3)$.

- α) Να δείξετε ότι τα A, B, Γ είναι κορυφές τριγώνου. 5 μονάδες
- β) Να βρείτε το εμβαδόν του τριγώνου. 4 μονάδες
- γ) Να βρείτε την εξίσωση της διαμέσου AM. 5 μονάδες

Θέμα Γ

Δίνεται η εξίσωση $(2\lambda+1)x - (\lambda-2)y + \lambda - 7 = 0$ ①, $\lambda \in \mathbb{R}$ και η ευθεία $\zeta: 6x - 8y + 3 = 0$.

- Γ1. Να δείξετε ότι η ① παριστάνει ευθεία για κάθε $\lambda \in \mathbb{R}$. 6 μονάδες
- Γ2. Να δείξετε ότι οι ευθείες που ορίζονται από την ① για τις διάφορες τιμές του $\lambda \in \mathbb{R}$ διέρχονται από σταθερό σημείο του οποίου να βρείτε τις συντεταγμένες. 6 μονάδες
- Γ3. Να βρείτε την τιμή του $\lambda \in \mathbb{R}$ ώστε η ευθεία που ορίζεται από την ① να είναι παράλληλη στην (ζ). 7 μονάδες
- Γ4. Να βρείτε την απόσταση του $M(1,3)$ από την ευθεία (ζ). 6 μονάδες

Θέμα Δ

Δίνεται η εξίσωση $x^2 + y^2 + \lambda x + \lambda y - 1 = 0$ ①.

- Δ1. Να δείξετε ότι η ① παριστάνει κύκλο για κάθε $\lambda \in \mathbb{R}$. 6 μονάδες
- Δ2. Να βρείτε το κέντρο και την ακτίνα του κύκλου που ορίζεται από την ① ο οποίος εφάπτεται της ευθείας $\varepsilon: x + y + 2 = 0$. 6 μονάδες
- Δ3. Για $\lambda = 4$, να βρείτε τις εξισώσεις των εφαπτομένων του κύκλου που ορίζεται από την ① που διέρχονται από το $M(1,1)$. 6 μονάδες
- Δ4. Για $\lambda = 2$, να βρεθεί η ελάχιστη και η μέγιστη απόσταση των σημείων του κύκλου από το $\Theta(2,2)$ καθώς και ποια σημεία του κύκλου απέχουν την ελάχιστη ή την μέγιστη απόσταση. 7 μονάδες