

Θέματα Διαγωνίσματος

04 Ιανουαρίου 2026

Άλγεβρα Β' Λυκείου

Θέμα Α

- A1.** Να αποδείξετε ότι ισχύει $\eta\mu^2\omega + \sigma\upsilon\nu^2\omega = 1$ για κάθε γωνία ω . 6 μονάδες
- A2.** Πότε μία συνάρτηση f ονομάζεται περιοδική; 3 μονάδες
- A3.** Να γίνει ο πίνακας μεταβολών (μονοτονία - ακρότατα) των συναρτήσεων $f(x) = \eta\mu x$ και $f(x) = \sigma\upsilon\nu x$, στο διάστημα $[0, 2\pi]$. 6 μονάδες
- A4.** Να χαρακτηρίσετε τις προτάσεις που ακολουθούν, με τη λέξη **Σωστό**, αν η πρόταση είναι σωστή ή **Λάθος**, αν η πρόταση είναι λανθασμένη.
- i) Υπάρχει γωνία x για την οποία ισχύει $\eta\mu x = \frac{1}{4}$ και $\sigma\upsilon\nu x = \frac{\sqrt{3}}{2}$. Σ ☐ Λ ☐
- ii) Ισχύει ότι $\epsilon\rho\left(\frac{\pi}{2} - x\right) = -\sigma\phi x$, για κάθε $x \in \mathbb{R}$. Σ ☐ Λ ☐
- iii) Αν $\frac{\pi}{2} < x < \pi$, τότε $|\sigma\upsilon\nu x| = -\sigma\upsilon\nu x$. Σ ☐ Λ ☐
- iv) Η συνάρτηση $f(x) = \eta\mu x$ είναι άρτια. Σ ☐ Λ ☐
- v) Αν $x \in \left(\pi, \frac{3\pi}{2}\right)$ τότε $\eta\mu x \cdot \sigma\upsilon\nu x > 0$. Σ ☐ Λ ☐
- 10 μονάδες

Θέμα Β

- B1.** Να αποδείξετε τις ταυτότητες:
- i) $\frac{\eta\mu x}{1 + \sigma\upsilon\nu x} + \frac{1 + \sigma\upsilon\nu x}{\eta\mu x} = \frac{2}{\eta\mu x}$ ii) $\frac{1}{\eta\mu x} - \frac{\eta\mu x}{1 + \sigma\upsilon\nu x} = \sigma\phi x$ 8 μονάδες
- B2.** Δίνεται η συνάρτηση $f(x) = \eta\mu(\pi - 3x) + \sigma\upsilon\nu\left(\frac{\pi}{2} - 3x\right) + 1$.
- a) Να αποδείξετε ότι $f(x) = 2\eta\mu 3x + 1$. 4 μονάδες
- β) Να βρείτε την περίοδο, τη μέγιστη και την ελάχιστη τιμή της συνάρτησης f . 4 μονάδες
- γ) Να σχεδιάσετε τη γραφική παράσταση της συνάρτησης f , σε διάστημα πλάτους μιας περιόδου. 5 μονάδες
- δ) Να λυθεί η εξίσωση $f(x) = 1$ στο $\left(0, \frac{\pi}{2}\right)$. 4 μονάδες

Θέματα Διαγωνίσματος

04 Ιανουαρίου 2026

Θέμα Γ

Γ₁. Να αποδείξετε ότι $A=1$, όταν:

$$A = \frac{\eta\mu \frac{5\pi}{4} \cdot \sigma\upsilon\nu \frac{7\pi}{6} \cdot \epsilon\phi \frac{4\pi}{3} \cdot \sigma\upsilon\nu \frac{3\pi}{4}}{\eta\mu \frac{2\pi}{3} \cdot \epsilon\phi \frac{3\pi}{4} \cdot \sigma\phi \frac{5\pi}{6} \cdot \eta\mu \left(-\frac{\pi}{6}\right)}$$

5 μονάδες

Γ₂. Αν $\eta\mu\theta = \frac{3A}{5}$, με $\frac{\pi}{2} < \theta < \pi$, τότε να βρείτε τους άλλους τριγωνομετρικούς αριθμούς της γωνίας θ .

6 μονάδες

Δίνεται επιπλέον η συνάρτηση $f(x) = \frac{\sigma\upsilon\nu x - 2\eta\mu^2 x + A}{2 - \sigma\upsilon\nu x}$.

Γ₃. Να βρείτε το πεδίο ορισμού της συνάρτησης f .

3 μονάδες

Γ₄. Να εξετάσετε αν η συνάρτηση f είναι άρτια ή περιττή.

4 μονάδες

Γ₅. Να βρείτε τα σημεία τομής της C_f με τους άξονες $y'y$ και $x'x$.

7 μονάδες

Θέμα Δ

Δίνεται η συνάρτηση $f(x) = \alpha + \beta \sigma\upsilon\nu(\omega x)$ με $\omega > 0, \beta > 0$, έχει μέγιστη τιμή 4, περίοδο

$T = \pi$ και η γραφική της παράσταση διέρχεται από το σημείο $K\left(\frac{\pi}{3}, -5\right)$.

Δ₁. Να αποδείξετε ότι $\alpha = -2, \beta = 6, \omega = 2$.

4 μονάδες

Δ₂. Να βρείτε την ελάχιστη τιμή της f , καθώς και την τιμή του x για την οποία συμβαίνει αυτό, για $0 \leq x \leq \pi$.

5 μονάδες

Δ₃. Να λυθούν οι εξισώσεις:

i) $f(x) + 6\eta\mu \frac{\pi}{2} = 7\epsilon\phi\left(-\frac{\pi}{4}\right)$ ii) $f(x) = -2 - 6\sqrt{3}\eta\mu 2x$

5 μονάδες

Αν $g(x) = f(x) + 5$ τότε:

Δ₄. Να βρείτε τα σημεία τομής της C_g με τον άξονα $x'x$.

4 μονάδες

Δ₅. Να σχεδιάσετε τη C_g για $0 \leq x \leq \pi$ και να λυθεί γραφικά η ανίσωση $g(x) \geq 0$ για $0 \leq x \leq \pi$.

4 μονάδες

Δ₆. Να συγκριθούν οι τιμές $g\left(\frac{\pi}{9}\right)$ και $g\left(\frac{4\pi}{9}\right)$.

3 μονάδες