

Θέματα Διαγωνίσματος

30 Νοεμβρίου 2025

Μαθηματικά Κατεύθυνσης Β' Λυκείου

Θέμα Α

- A1.** Αν $\vec{\alpha}, \vec{\beta}$ δυο μη μηδενικά διανύσματα με αντίστοιχους συντελεστές διεύθυνσης $\lambda_{\vec{\alpha}}$ και $\lambda_{\vec{\beta}}$ να αποδείξετε ότι $\vec{\alpha} \parallel \vec{\beta} \Leftrightarrow \lambda_{\vec{\alpha}} = \lambda_{\vec{\beta}}$. 6 μονάδες
- A2.** Αν $\lambda_{\vec{\alpha}}, \lambda_{\vec{\beta}}$ οι συντελεστές διεύθυνσης των διανυσμάτων $\vec{\alpha}, \vec{\beta}$ αντίστοιχα να αποδείξετε ότι $\vec{\alpha} \perp \vec{\beta} \Leftrightarrow \lambda_{\vec{\alpha}} \cdot \lambda_{\vec{\beta}} = -1$. 5 μονάδες
- A3.** Πότε δύο μη μηδενικά διανύσματα λέγονται ίσα; 4 μονάδες
- A4.** Να χαρακτηρίσετε τις προτάσεις που ακολουθούν, με τη λέξη **Σωστό**, αν η πρόταση είναι σωστή ή **Λάθος**, αν η πρόταση είναι λανθασμένη.
- i) Αν Ο είναι ένα σημείο αναφοράς, τότε για κάθε διάνυσμα $\overrightarrow{AB}$ ισχύει η σχέση: $\overrightarrow{AB} = \overrightarrow{OA} - \overrightarrow{OB}$. Σ ☐ Λ ☐
- ii) Αν για τα σημεία Α, Β, Γ ισχύει $\det(\overrightarrow{AB}, \overrightarrow{AG}) \neq 0$ τότε τα σημεία είναι κορυφές τριγώνου. Σ ☐ Λ ☐
- iii) Αν $\vec{\alpha} = (x, -y)$ τότε $|\vec{\alpha}| = \sqrt{x^2 - y^2}$. Σ ☐ Λ ☐
- iv) Αν $\vec{\alpha} \uparrow \vec{\beta}$ τότε $\vec{\alpha} \cdot \vec{\beta} - |\vec{\alpha}| |\vec{\beta}| = 0$. Σ ☐ Λ ☐
- v) Ισχύει $\vec{\alpha} + (\vec{\beta} + \vec{\gamma}) = (\vec{\alpha} + \vec{\beta}) + \vec{\gamma}$ για οποιαδήποτε διανύσματα $\vec{\alpha}, \vec{\beta}, \vec{\gamma}$. Σ ☐ Λ ☐
- 10 μονάδες**

Θέμα Β

- Θεωρούμε τα διανύσματα $\vec{\alpha}, \vec{\beta}$ με $|\vec{\alpha}| = 2, |\vec{\beta}| = 4, \left(\vec{\alpha}, \vec{\beta} \right) = \frac{\pi}{3}$ και τα διανύσματα $\vec{\gamma} = \vec{\alpha} - \vec{\beta}, \vec{\delta} = 2\vec{\alpha} + \vec{\beta}$.
- B1.** Να βρείτε το $\vec{\alpha} \cdot \vec{\beta}$. 5 μονάδες
- B2.** Να βρείτε το $\vec{\gamma} \cdot \vec{\delta}$. 7 μονάδες
- B3.** Να βρείτε τα $|\vec{\gamma}|, |\vec{\delta}|$. 8 μονάδες
- B4.** Να βρείτε τη γωνία $\left(\vec{\gamma}, \vec{\delta} \right)$. 5 μονάδες

Θέματα Διαγωνίσματος

30 Νοεμβρίου 2025

Θέμα Γ

Δίνονται σημεία $A(0, -1)$, $B(\lambda, 1)$, $\Gamma(\lambda - 2, \lambda - 3)$, $\lambda \in \mathbb{R}$.

Γ1. Να βρείτε τα διανύσματα $\overrightarrow{AB}$, $\overrightarrow{A\Gamma}$ και στη συνέχεια να βρείτε το λ ώστε:

- | | |
|--|-----------|
| i) τα σημεία A, B, Γ να είναι κορυφές τριγώνου, | 5 μονάδες |
| ii) το τρίγωνο ABΓ να είναι ορθογώνιο με $\angle A = 90^\circ$. | 3 μονάδες |

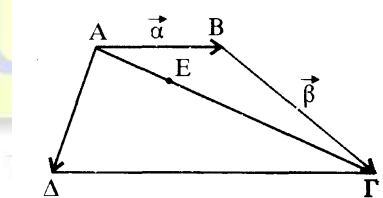
Γ2. Για $\lambda = -2$, να βρείτε:

- | | |
|--|-----------|
| i) το εσωτερικό γινόμενο $\overrightarrow{AB} \cdot \overrightarrow{A\Gamma}$, | 3 μονάδες |
| ii) το εμβαδόν του τριγώνου $\triangle AB\Gamma$, | 5 μονάδες |
| iii) να βρείτε τη γωνία που σχηματίζει το διάνυσμα $\overrightarrow{A\Gamma}$ με τον x' χ, | 4 μονάδες |
| iv) να γράψετε το διάνυσμα $\vec{u} = (0, 8)$ ως γραμμικό συνδυασμό των $\overrightarrow{AB}$, $\overrightarrow{A\Gamma}$. | 5 μονάδες |

Θέμα Δ

Δίνεται το τραπέζιο στο διπλανό σχήμα.

Αν $\overrightarrow{\Gamma\Delta} = -3\overrightarrow{AB}$, $\overrightarrow{E\Gamma} = \frac{3}{4}\overrightarrow{A\Gamma}$, $\overrightarrow{AB} = \vec{\alpha}$ και $\overrightarrow{B\Gamma} = \vec{\beta}$.



- Δ1. Να εκφράσετε με τη βοήθεια των $\vec{\alpha}$ και $\vec{\beta}$ διανύσματα $\overrightarrow{A\Gamma}$, $\overrightarrow{AE}$, $\overrightarrow{BE}$, $\overrightarrow{B\Delta}$, $\overrightarrow{A\Delta}$. 6 μονάδες
- Δ2. Να δείξετε ότι τα σημεία B, Δ, E είναι συνευθειακά. 5 μονάδες
- Δ3. Να αποδειχθεί ότι για οποιοδήποτε σημείο M του επιπέδου, το διάνυσμα $\vec{u} = \overrightarrow{MA} + 2\overrightarrow{MB} - 3\overrightarrow{M\Gamma}$ είναι σταθερό. 5 μονάδες
- Δ4. Αν $|\vec{\alpha}| = 1$, $|\vec{\beta}| = 2$ και $(\vec{\alpha}, \vec{\beta}) = \frac{\pi}{3}$, να βρείτε:
- | | |
|--|-----------|
| i) το μέτρο του διανύσματος $\overrightarrow{A\Delta}$. | 5 μονάδες |
| ii) τη γωνία των διανυσμάτων $\overrightarrow{A\Delta}$, $\overrightarrow{B\Gamma}$. | 4 μονάδες |