

Θέματα Διαγωνίσματος

30 Νοεμβρίου 2025

Μαθηματικά Κατεύθυνσης Β' Λυκείου

Θέμα Α

- A1.** Να αποδείξετε ότι η ευθεία που διέρχεται από το $A(x_0, y_0)$ και έχει συντελεστή διεύθυνσης λ έχει εξίσωση $y - y_0 = \lambda(x - x_0)$. 7 μονάδες
- A2.** α) Τι ονομάζουμε συντελεστή διεύθυνσης ή κλίση μιας ευθείας.
 β) Δίνεται η ευθεία $\varepsilon: Ax + By + \Gamma = 0$.
 i) Να γράψετε ένα διάνυσμα $\vec{\delta}$ παράλληλο και ένα διάνυσμα $\vec{\eta}$ κάθετο στην (ε) . 2 μονάδες
 ii) Αν $K(x_0, y_0)$ σημείο του επιπέδου να γράψετε τον τύπο της απόστασης του A από την ε . 6 μονάδες
- A3.** Να χαρακτηρίσετε τις προτάσεις που ακολουθούν, με τη λέξη **Σωστό**, αν η πρόταση είναι σωστή ή **Λάθος**, αν η πρόταση είναι λανθασμένη.
- i) Η ευθεία που διέρχεται από τα σημεία $A(x_1, y_1)$, $B(x_2, y_2)$ με $x_1 \neq x_2$ και $y_1 \neq y_2$ έχει συντελεστή διεύθυνσης $\lambda_\varepsilon = \frac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1}$. Σ ☐ Λ ☐
- ii) Η διχοτόμος της γωνίας $\angle xOy$ έχει εξίσωση $y = x$. Σ ☐ Λ ☐
- iii) Η ευθεία με εξίσωση $x = x_0$ είναι παράλληλη στο διάνυσμα $\vec{v} = (0, 2)$. Σ ☐ Λ ☐
- iv) Αν δυο ευθείες είναι κάθετες τότε ορίζονται πάντα οι συντελεστές διεύθυνσης τους και έχουν γινόμενο -1. Σ ☐ Λ ☐
- v) Η απόσταση του σημείου $A(x_0, y_0)$ από την ευθεία $(\varepsilon): y = \lambda x + \beta$ δίνεται από τον τύπο $d(A, \varepsilon) = \frac{|\lambda x_0 - y_0 + \beta|}{\sqrt{\lambda^2 + 1}}$. Σ ☐ Λ ☐
- 10 μονάδες**

Θέμα Β

Δίνεται τρίγωνο $AB\Gamma$ με την πλευρά $A\Gamma$ να βρίσκεται στην ευθεία $\varepsilon_1: y = -\frac{1}{2}x + \frac{15}{2}$, το ύψος AD στην ευθεία $\varepsilon_2: y = -x + 8$ και η μεσοκάθετος της AB να είναι η ευθεία $\varepsilon_3: x + 3y + 8 = 0$.

Να βρείτε:

- B1.** Τις συντεταγμένες της κορυφής A . 6 μονάδες
- B2.** Τις συντεταγμένες της κορυφής B . 6 μονάδες
- B3.** Τις συντεταγμένες της κορυφής Γ . 6 μονάδες

Θέματα Διαγωνίσματος

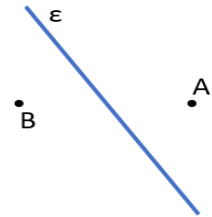
30 Νοεμβρίου 2025

- B4.** Την εξίσωση της ευθείας ζ που είναι παράλληλη στην ε_2 και απέχει από το A απόσταση ίση με $\sqrt{2}$.

7 μονάδες

Θέμα Γ

Η ευθεία ε με εξίσωση $x+y-1=0$ του διπλανού σχήματος, αναπαριστά τη γραμμή ενός σιδηροδρομικού δικτύου που εξυπηρετεί τους κατοίκους δύο πόλεων $A(8,1)$, $B(-7,4)$ (για την ακρίβεια A, B είναι τα κεντρικά σημεία των πόλεων από τα οποία μετράμε αποστάσεις). Για το λόγο αυτό θα κατασκευαστεί κατά μήκος της γραμμής (ε), ένας σταθμός σε ένα σημείο Σ και μία πεζογέφυρα σε ένα σημείο Π . Να βρείτε :



- Γ1.** Ποια πόλη από τις A, B είναι πλησιέστερα στη γραμμή του τραίνου.

4 μονάδες

- Γ2.** Τις συντεταγμένες του Π , αν είναι γνωστό ότι θα κατασκευαστεί στο πλησιέστερο σημείο της γραμμής στην πόλη B .

4 μονάδες

- Γ3.** Τις συντεταγμένες του Σ στις παρακάτω περιπτώσεις

i) ο σταθμός Σ να ισαπέχει από τις πόλεις A, B .

ii) το οδικό δίκτυο που θα συνδέει το σταθμό Σ με τις πόλεις A, B να έχει το μικρότερο δυνατό μήκος.

iii) Το εμβαδο του τριγώνου $AB\Sigma$ να ισούται με 24 τ.μ

17 μονάδες

Θέμα Δ

Δίνεται η εξίσωση $(x-2y+5)+\lambda(3x+2y+7)=0$ ①.

- Δ1.** Να αποδειχθεί ότι η ① παριστάνει ευθεία για κάθε $\lambda \in \mathbb{R}$.

5 μονάδες

- Δ2.** Να δείξετε ότι οι ευθείες που ορίζονται από την εξίσωση ① διέρχονται από σταθερό σημείο M το οποίο και να βρείτε.
Αν $M(-3,1)$

4 μονάδες

- Δ3.** Να βρείτε την εξίσωση της ευθείας που ορίζεται από την ① και είναι κάθετη στην $\zeta: 2x-7y+2022=0$.

4 μονάδες

- Δ4.** Δίνεται σημείο $\Gamma(-3\mu-1, \mu+2)$, $\mu \in \mathbb{R}$.

i) Να δείξετε ότι για κάθε τιμή του $\mu \in \mathbb{R}$ το Γ ανήκει σε ευθεία n της οποίας να βρείτε την εξίσωση.

5 μονάδες

ii) Να δείξετε ότι το εμβαδό του τριγώνου $OM\Gamma$ δεν εξαρτάται από το μ .
(το σημείο O είναι η αρχή του συστήματος των αξόνων)

4 μονάδες

iii) Να σχεδιάσετε τις ευθείες OM και n και να ερμηνεύσετε γεωμετρικά γιατί το εμβαδό του $OM\Gamma$ παραμένει σταθερό.

3 μονάδες